平成29年度研究助成 【サウンド技術振興部門】より

高精度数値解析によるインドの伝統打楽器「タブラ」のデザイン

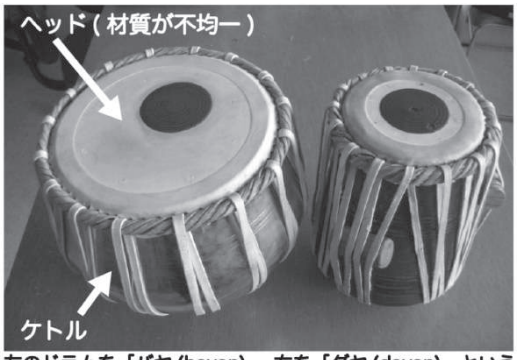
九州大学大学院芸術工学研究院
准教授
鮫島　俊哉

九州大学大学院芸術工学研究院・
日本学術振興会
特別研究員PD　荒木　陽三

1．はじめに

膜鳴楽器は、薄い材料でできたヘッドを面状に張り、それを振動させることによって音を出す楽器であり、その演奏法は手やバチで打つものが多い。膜鳴楽器はメロディを奏でる弦楽器などと異なり、ヘッドの物理モデルとなる膜の振動の性質上、一般的にはピッチ（音の高さ）感はない。しかし、ピッチ感を有する膜鳴楽器も少なからず存在する。ティンパニーはその代表的な例であり、オーケストラの楽譜では五線譜を用いてティンパニーの音階が示される。ティンパニーが明瞭なピッチ感を有する理由の一つは、ヘッドの振動とケトル内外の空気の振動（すなわちティンパニー周囲の音場）が連成することにより、ヘッドの固有モード周波数が変化して整数比に近づくことである[1)]。

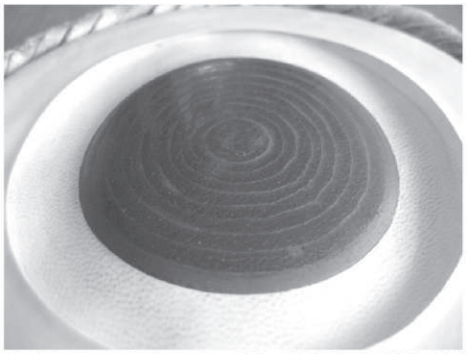
ところで、ティンパニー以外にもピッチ感を有する膜鳴楽器として、図１に示すようなインドの伝統打楽器「タブラ（tabla）」がある。



左のドラムを「バヤ (bayan)」，右を「ダヤ (dayan)」という

図１　著者所有の「タブラ（tabla）」

一般的なタブラでは、図２に示すように、ヘッドの中心部分に炭・酸化鉄・澱粉などが塗られている。このようにヘッドの材料特性をあえて不均一にすることで、低次のいくつかの固有モード周波数が図３のように変化し、その周波数比が整数倍に近くなり、ピッチ感が生じている。これまでの文献では、材料特性



やぎ皮でできたヘッドに，炭・酸化鉄・澱粉などが
層状に塗られている

図２　ヘッドの中心部分（シハイ（sihai）という）の拡大写真

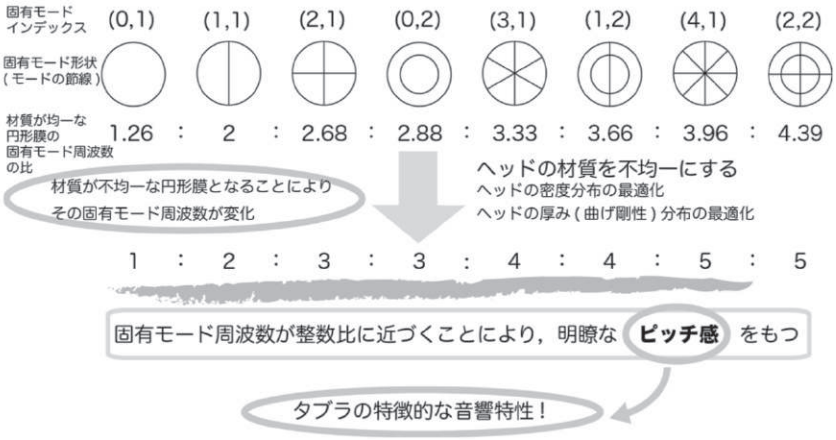


図３　ヘッド（膜）の固有振動モードとタブラのピッチ感との関係

として質量密度のみが着目され、「ヘッドの中心部分の質量密度が大きくなることで、固有モード周波数が整数比に近くなる」という解釈が、簡略化された物理解析に基づいて与えられる場合が多かった[2)]。しかし質量密度ばかりではなく、曲げ剛性の分布も不均一になっているであろうことは、図２からも容易に想像できる。さらにティンパニーの場合がそうであるように、ケトル内外の音場とヘッドの振動の連成も、ピッチ感に影響を与えているのかもしれない。

本研究では、タブラの物理的動特性の支配方程式を、なるべく精密な振動・音響物理モデリングに基づき構築する。その支配方程式は、差分法（FDM）や有限・境界要素法（FEM・BEM）のような一般的な数値解析手法に比べて、小さい計算負荷で格段に高精度な数値解が得られるスペクトル法（Spectral Method）[3)]によって解析する。これらにより、タブラの振動・音響物理現象のディテールを把握できる精度を有する数値解析ツールを実現し、それを活用することで、既存のタブラのさらなる性能向上、および新規形態の提案（代替材料の提案も含む）を目指したデザインを行う。

２．タブラの物理的動特性の高精度数値解析手法の構築

タブラの構成要素は、図１の写真に示すように、ヘッド、ケトル、ケトルとヘッドで囲われた内部の音場、および外部の音場と考える。既往の研究では、ヘッドは曲げ剛性が無視された理想円形膜として物理モデル化し、ヘッドとケトルの相互作用や音場は近似的に取り扱うか無視することが一般的であった。本研究では、ヘッドについてはその張力・曲げ剛性・支持条件が精密に考慮された薄板の振動場として物理モデル化し、それに加えて、ケトルについてもシェル振動場として物理モデル化して、それらの支配方程式を厳密に構築する。音場については音波に関する波動方程式を支配方程式として採用し、そのケトル内部・外部音場としての影響も厳密に数学表現する。

楽器音響の数値解析において、FDM、FEM、BEMがよく用いられることは、他の工学分野と同様である。しかし実際の楽器は、その構成要素と動作機構、構成要素同士の相互作用が非常に複雑なシステムであり、その支配方程式について物理的に意味のある数値解を得るためには、膨大な時空間メッシュを設定しなければならず、必然的に計算負荷が増大してしまう。楽器のデザインプロセスに数値解析を有意性を伴って導入するためには、計算負荷を増大させずに物理的に意味のある高精度な数値解を得る必要があるが、既存のFDM、FEM、BEMなどではこれに応えることが難しい。それに応えることができる数値解析手法が、近年著しく発展しているスペクトル法（Spectral Method）[3] であり、その導入が本研究におけるキーポイントとなる。それぞれの構成要素の支配方程式を、スペクトル法によって数値解析する手法を構築し、さらにそれらを適切かつ厳密に連成して、タブラ全体系としての振動-音響連成場を数値解析する手法として組み立てる。

３．タブラの振動ー音響連成場の数値解析例

現時点では、ヘッドの質量密度の不均一性と張力のみを考慮した振動場と、ケトル内部・外部音場の振動－音響連成問題を、スペクトル法によって数値解析する手法が構築できている。ここでは、それを用いたタブラの数値解析例を

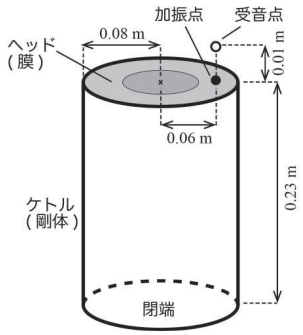


図４　タブラの計算モデル

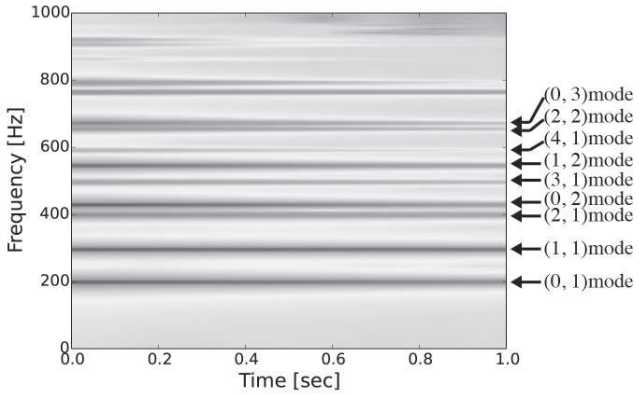


図５　ヘッドの質量密度が均一な場合のスペクトログラム
（スペクトル法を用いた振動―音響連成数値解析による）

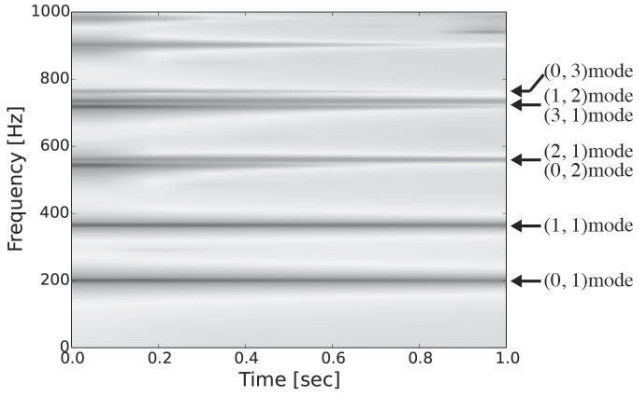


図６　タブラのヘッドの質量密度分布を設定した場合のスペクトログラム
（スペクトル法を用いた振動―音響連成数値解析による）

紹介する。

図４に示すような、タブラの計算モデル（図１の右側の「ダヤ」を想定する）において、加振点を打った場合を想定した振動－音響連成場を計算した。図５に、ヘッドの質量密度分布が均一である場合の、受音点における音圧のスペクトログラムを示した。この場合は、図３に示した、材質が均一な円形膜の固有モード周波数の比に近いところに、部分音が強く現れていることが分かる。図６は、実際のタブラのヘッドに近い不均一な質量密度分布を設定した場合の、受音点における音圧のスペクトログラムである。均一な質量密度分布の場合（図５）とは大きく異なり、整数比に近い部分音が生じていることがよく分かる。

４．今後の展開

今後、ヘッドの曲げ剛性を考慮するなどして振動・音響物理モデリングをさらに精密化し、その数値解析手法を構築していく予定である。

そしてその数値解析手法を活用して、実際にタブラの新規形態デザインを行う。具体的には、よりピッチ感が明瞭となるようなタブラの開発のため、その固有モード周波数比が整数倍にできる限り近くなることをデザイン指針とし、ヘッドの質量密度、張力、曲げ剛性（ヘッドの厚みとヤング率）の分布や、ケトルの質量密度、曲げ剛性、形状の最適値を探索する。

タブラをどのような材質と形状で作れば、どのような音響特性となるかを精密に予測計算できるようになれば、既存の「タブラらしさ」の向上のみに留まらず、新しく個性的な楽器と音色の創生、さらには音楽芸術の創生へ波及する可能性もある。加えて、振動・音響物理学という科学に裏付けされた「理論的デザイン」が予見できる。楽器デザイン・制作のプロセスは、「職人的技術者」に大きく依存する部分がいまだ多く、そのようなもっぱら人の営みとされてきた楽器デザインの領域に、科学的な立場からの新しい方法を提示できることを期待している。

文献

1）T. D. ロッシング, “ティンパニーの物理学,” サイエンス, Vol. 13, No. 1, pp.119－126 (1983).

2）G. Sathej and R. Adhikari, “The eigenspectra of Indian musical drums,” J. Acoust. Soc. Am., Vol. 125, 831－838 (2009).

3）L. N. Trefethen, Spectral Methods in MATLAB (SIAM, Philadelphia, 2000).